无锡学院 2023-2024 学年第 1 学期

高等数学Ⅱ（1）（B卷）参考答案及评分标准

**一、填空题（每小题3分，共15分）**

（1） （2） （3） （4） （5）

**二、选择题（每小题3分，共15分）**

（1）A （2）C （3）C （4）C （5）D

**三、计算题（每小题6分，共24分）**

（1）求极限

**解：**

 ………………………………………………………………（4分）

. …………………………………………………………………………（2分）

**或者：** ………………………………（4分）

. ………………………………………………（2分）

（2）求极限.

**解：**利用洛必达法则和等价无穷小替换，

 ……………………………………………………（3分）

. …………………………………………………………………………（3分）

（3）求不定积分.

**解：** ……………………………………………………（3分）

 …………………………………………………………………………（3分）

**或者：**令，则，， ……………………………………………（2分）

于是

. …………………………………………………………………………（4分）

（4）求定积分.

**解：**令，则，，

当时，，当时，， ……………………………………………（2分）

于是 …………………………（2分）

. …………………………………………………………（2分）

**四、求解下列各题（每小题8分，共32分）**

（1）设，求在上的表达式.

**解：**当时，； …………………………………………（4分）

当时，. …………………（4分）

综上，

（2）设 求其导函数.

**解：**当时，， ………………………………（2分）

当时，，……………………………………………………（2分）

当时，

，

，

，故不存在. ………………………………（4分）

综上，

（3）设，求.

**解：**，，…………………………………………………………（2分）

方程两边对求导得，………（2分）

当时，代入上式得， ……………………………………………（2分）

因此. …………………………………………………………（2分）

（4）设，求以及.

**解：**， ……………………………………………………………………（2分）

利用分部积分， ………………………………（3分）





. ……………………………………………………………（3分）

**五、（本题共8分）**设有曲线，过原点作其切线，

（1）求切点坐标和切线方程；

（2）求由此曲线、切线及轴围成的平面图形绕轴旋转一周所得旋转体的体积.

**解：**（1）设切点为，则切线斜率，

切线方程为， ……………………………………………………………（2分）

切点在切线上，有，解得，

因此切点坐标为，切线方程为. ……………………………………（2分）

（2）由旋转体体积公式知

 ………………………………………………（2分）

. ……………………………………………………（2分）

**六、（本题共6分）**设在上连续，在内可导，且，证明对于任意正整数，存在，使得.

**证：**令， ………………………………………………………………（4分）

则在上连续，在内可导，且，，

由罗尔定理知，存在，使得，即，

由得. …………………………………………………………（2分）